



عدد شناسی در ریاضی

طبیعی

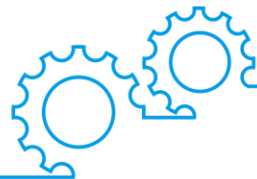
حسابی

صحیح

گویا

گنگ

اگر ☁ یک عدد باشد، قرینه آن :



اولویت های محاسبات ریاضی

(۱) پرانتز (۲) توان و رادیکال (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق

مثال:

$$۱۵ - (-۵) - (-۱۹) =$$

$$۴ - ۴ \times ۳^۲ \div ۶ - (۹ \div ۲^۳) =$$

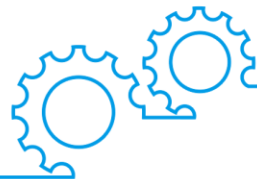
عدد اول یا مرکب:

• اعداد اول:

• اعداد مرکب:

*** عدد یک ، نه اول است و نه مرکب**





محاسبات در کسر و اعشار

ضرب و تقسیم کسر ها

* ضرب: صورت $\times$ صورت ، مخرج $\times$ مخرج

$$\frac{12}{7} \times \frac{7}{36} =$$

$$\frac{35}{9} \times \frac{45}{7} =$$

$$-\frac{5}{12} \times -\frac{7}{4} =$$

$$-\frac{4}{13} \times \frac{5}{3} =$$

* تقسیم: $\frac{\text{نزدیک}}{\text{نزدیک}}$ ← $\frac{\text{دور} \times \text{دور}}{\text{نزدیک} \times \text{نزدیک}}$

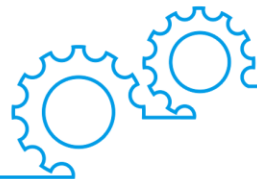
$$\frac{\frac{5}{7}}{\frac{8}{42}} =$$

$$\frac{-\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} =$$

$$\frac{\frac{12}{5}}{\frac{6}{15}} =$$

$$\frac{-\frac{12}{5}}{-\frac{6}{15}} =$$





مخرج مشترک در کسر ها:

- مخرج ها ک.م.م دارند
- مخرج های فاقد ک.م.م

مثال ۱:

$$\frac{9}{14} - \frac{3}{14} =$$

$$\frac{2}{11} - \frac{7}{11} =$$

$$\frac{15}{8} - \frac{6}{8} =$$

$$\frac{3}{5} - \frac{5}{25} =$$

$$\frac{9}{12} - \frac{2}{4} =$$

$$\frac{8}{15} - \frac{16}{30} =$$

$$\frac{12}{18} - \frac{2}{9} =$$

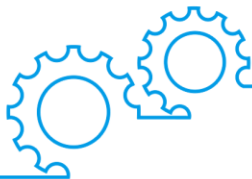
$$\frac{5}{7} - \frac{12}{28} =$$

$$\frac{5}{9} - \frac{3}{27} =$$

مثال ۲:

$4 + \frac{3}{7} =$	$-3 - \frac{2}{5} =$
$\left(-\frac{12}{35}\right) - \left(+\frac{11}{42}\right) =$	$\left(-\frac{2}{63}\right) - \left(-\frac{5}{72}\right) =$
$-\frac{7}{12} + (-3) =$	$\left(+\frac{2}{11}\right) \times \left(-\frac{6}{9}\right) =$
$-2 - \frac{5}{3} =$	$(-12) \div (-28) =$
$\left(-\frac{7}{9}\right) \div \left(-\frac{28}{27}\right) =$	$(-2/4) \div (-1/2) =$
$-\frac{4}{15} + \frac{4}{5} =$	$-\frac{3}{8} - \frac{5}{12} =$
$-2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{3} =$	$7\frac{1}{3} - 10\frac{1}{4} =$





تبدیل کسرها به اعشار و برعکس:



توان

اگر عددی (متغیری) داشته باشیم که این عدد چند بار در خودش ضرب شود می توانیم به جای نوشتن چند باره عملیات ضرب، از توان استفاده میکنیم:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_n$$

- * نکات
- ❖ حاصل هر عدد غیر صفر، به توان صفر برابر است با
 - ❖ حاصل هر عدد به توان یک، برابر است با
 - ❖ عدد ۱ به هر توانی برسد، برابر است با

توان منفی

اگر a یک عدد غیر صفر باشد، n یک عدد طبیعی، آن گاه داریم:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

(مثال) حاصل هر یک از عبارت های زیر را بدست آورید.

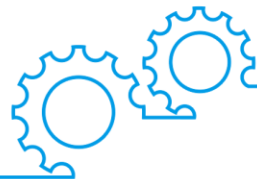
الف) 5^{-3}

ب) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3}$

پ) $(-2)^{-4}$

ت) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$

ث) $(-7)^{-2}$



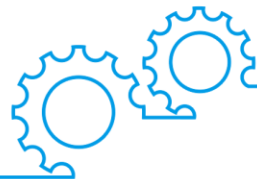
قوانین محاسبات

ضرب اعداد توان دار	① ضرب اعداد توان دار با پایه های برابر
	② ضرب اعداد توان دار با توان های برابر
تقسیم اعداد توان دار	① تقسیم اعداد توان دار با پایه های برابر
	② تقسیم اعداد توان دار با توان های برابر

● به توان رساندن اعداد توان دار

اگر a یک عدد دلخواه و m و n دو عدد صحیح باشند، داریم :

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$



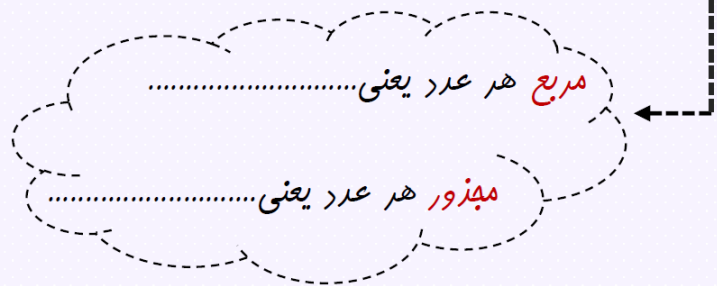
توان‌های مهم:

۲^*		۳^*		۵^*		۶^*		۷^*		۱۰^*		۱۰^*	
$۲^۰$	۱	$۳^۰$	۱	$۵^۰$	۱	$۶^۰$	۱	$۷^۰$	۱	$۱۰^۰$	۱۰۰	$۲۱^۰$	۴۴۱
$۲^۱$	۲	$۳^۱$	۳	$۵^۱$	۵	$۶^۱$	۶	$۷^۱$	۷	$۱۱^۱$	۱۲۱	$۲۲^۱$	۴۸۴
$۲^۲$	۴	$۳^۲$	۹	$۵^۲$	۲۵	$۶^۲$	۳۶	$۷^۲$	۴۹	$۱۲^۲$	۱۴۴	$۳۰^۲$	۹۰۰
$۲^۳$	۸	$۳^۳$	۲۷	$۵^۳$	۱۲۵	$۶^۳$	۲۱۶	$۷^۳$	۳۴۳	$۱۳^۲$	۱۶۹	$۴۰^۲$	۱۶۰۰
$۲^۴$	۱۶	$۳^۴$	۸۱	$۵^۴$	۶۲۵					$۱۴^۲$	۱۹۶	$۵۰^۲$	۲۵۰۰
$۲^۵$	۳۲	$۳^۵$	۲۴۳							$۱۵^۲$	۲۲۵	$۶۰^۲$	۳۶۰۰
$۲^۶$	۶۴	$۳^۶$	۷۲۹							$۱۶^۲$	۲۵۶	$۷۰^۲$	۴۹۰۰
$۲^۷$	۱۲۸									$۱۷^۲$	۲۸۹	$۸۰^۲$	۶۴۰۰
$۲^۸$	۲۵۶									$۱۸^۲$	۳۲۴	$۹۰^۲$	۸۱۰۰
$۲^۹$	۵۱۲									$۱۹^۲$	۳۶۱	$۱۰۰^۲$	۱۰۰۰۰
$۲^{۱۰}$	۱۰۲۴									$۲۰^۲$	۴۰۰		

مثال:

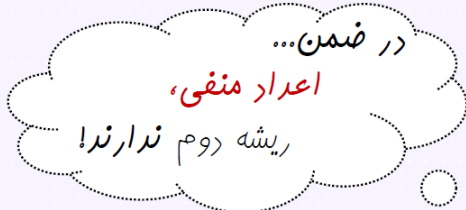
$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-۴} =$	$۲^{-۱} + ۳^{-۱} + ۴^{-۱} =$
$\frac{(-۳)^۰}{۳} =$	$-(-۵)^۲ =$
$-\frac{1}{۲^{-۲}} =$	$-(-۵)^{-۲} =$
$\left(\frac{۲}{۵}\right)^{-۲} + \left(\frac{۵}{۲}\right)^۲ =$	$-۵^{-۲} =$
$\left(-\frac{۳}{۸}\right)^۴ \times \left(-\frac{۳}{۸}\right)^{-۶} =$	$(\sqrt{۲})^۴ \times (\sqrt{۲})^{-۲} =$
$\left(\frac{x}{y}\right)^{-۷} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{۱۱} =$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-۱۰} \times ۲۷^{-۲} =$
$(۰/۲)^{-۴} \times ۲۵^{-۲} =$	$(-۵^{-۲})^{-۱} =$
$\left(\frac{۱۵}{۱۴}\right)^{-۴} \times \left(\frac{۴۵}{۲۸}\right)^۴ =$	$\frac{\left(\frac{۲}{۳}\right)^۳ \times \left(\frac{۸}{۳}\right)^{-۳}}{-۲^۵ \times ۲^{(-۸)}} =$
$\left[-\left(\frac{۲}{۳}\right)^{-۲}\right]^{-۱} =$	$\frac{۳^{-۵} \times ۱۰^{-۵} \times ۲۵}{۴^{-۵} \times ۱۵^{-۵}} =$
$\frac{۸^{-۱} \times ۴^۲}{۲^{-۴} \times \frac{1}{۸}} =$	$۲^۷ + ۲^۷ =$
$۳^۵ + ۳^۵ + ۳^۵ =$	$۴ \times ۳^۹ - ۳^{۱۰} =$
$۴^۳ + ۴^۳ =$	$۸^۷ - ۸^۶ =$





یادآوری!

$$7^2 = \quad (-7)^2 = \quad (-5)^2 = \quad 5^2 = \quad 13^2 = \quad (-13)^2 =$$



ریشه های دوم یک عبارت

بطور کلی اگر b یک عدد حقیقی نامنفی باشد، $\sqrt{b}$ و $-\sqrt{b}$ را ریشه های دوم b می نامند.

پرا اعداد منفی، ریشه دوم ندارند!!

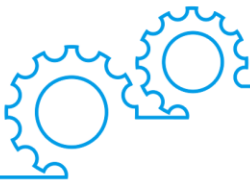


(مثال) ریشه های دوم اعداد زیر را بدست آورید.

۲۵ (الف)

ب) $\frac{64}{49}$

پ) -۱۶



ملعب هر عدد یعنی.....

یادآوری!

$$7^3 =$$

$$(-5)^3 =$$

$$4^3 =$$

ریشه سوم یک عبارت

هر عدد فقط یک ریشه سوم دارد

بطور کلی اگر b یک عدد حقیقی باشد، ریشه سوم b را با $\sqrt[3]{b}$ نمایش می‌دهیم.

(مثال) ریشه سوم اعداد زیر را بدست آورید.

الف) 343

ب) -0.008

پ) $\frac{27}{64}$

اگر n زوج باشد $\sqrt[n]{a^n} = \dots\dots\dots$ به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\sqrt[2]{a^2} = \dots\dots\dots, \quad \sqrt[4]{a^4} = \dots\dots\dots, \quad \sqrt[6]{2^6} = \dots\dots\dots$$

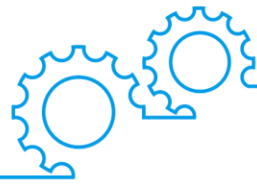
$$\sqrt[2]{(-2)^2} = \dots\dots\dots, \quad \sqrt[4]{(-5)^4} = \dots\dots\dots$$

+ بندی!

اگر n فرد باشد $\sqrt[n]{a^n} = \dots\dots\dots$ به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\sqrt[3]{a^3} = \dots\dots\dots, \quad \sqrt[5]{a^5} = \dots\dots\dots, \quad \sqrt[7]{2^7} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt[3]{(-2)^3} = \dots\dots\dots, \quad \sqrt[5]{(-2)^5} = \dots\dots\dots$$



ضرب و تقسیم رادیکال ها

دو عبارت رادیکالی را در صورتی
میتوانیم ضرب و تقسیم کنیم که
فهرجه های برابر داشته باشند!

جمع و تفریق رادیکال ها

دو عبارت رادیکالی را در صورتی
میتوانیم جمع و تفریق کنیم که پس از
ساده کردن قسمت رادیکالی آنها
کاملاً یکسان باشند!

مثال) حاصل هر یک از عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $\sqrt{2} \times \sqrt{18}$	ب) $\sqrt{75} \times \sqrt{3}$	پ) $\sqrt{10} \times \sqrt{8} \times \sqrt{5}$	ت) $\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{108}$
ث) $\sqrt[3]{32} \times \sqrt[3]{2000}$	ج) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{40}}$	چ) $\frac{\sqrt[3]{2/7}}{\sqrt[3]{0.18}}$	ح) $\frac{\sqrt[3]{6/4}}{\sqrt[3]{100}}$

قوانین محاسبات

ساده کردن رادیکال ها

برای اینکه بتوانیم جمع و تفریق رادیکال ها را درست انجام دهیم باید **ساده کردن رادیکال** ها را یاد بگیریم.

برای انجام این کار ابتدا باید عبارت یا عدد زیر رادیکال را **تجزیه** کنیم . سپس با توجه به فرجه رادیکال ،

قسمت هایی که می توان از زیر رادیکال خارج کرد را خارج می کنیم.

مثلا برای ساده کردن عبارت $\sqrt{96}$:

مثال هر یک از عبارات زیر را ساده کنید.

الف) $\sqrt{18}$

ب) $\sqrt{54}$

پ) $\sqrt{72}$

ت) $\sqrt{108}$

ث) $\sqrt[3]{81}$

ج) $\sqrt[3]{250}$

چ) $\sqrt[3]{128}$

ح) $\sqrt[3]{625}$

مثال حاصل هر یک از عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $\sqrt{72} + \sqrt{18}$

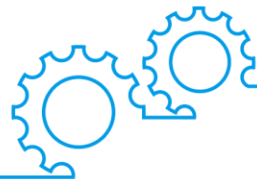
ب) $\sqrt{27} - \sqrt{12}$

پ) $\sqrt{75} - \sqrt{48} + \sqrt{3}$

ت) $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{128}$

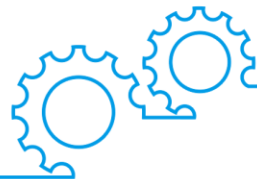
ث) $12\sqrt[3]{2} + 20\sqrt[3]{54} - 18\sqrt[3]{128}$

راهنما! ابتدا باید هر یک از رادیکال ها را تا حد امکان ساده کنیم و سپس ضرایب عددی رادیکال های کاملاً یکسان را باهم جمع یا تفریق کنیم:



مثال :

$\sqrt{75} =$	$\sqrt{18} =$
$\sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) =$	$(\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}) \div \sqrt{3} =$
$\sqrt{72} - \sqrt{32} + \sqrt{18} =$	$\sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{128} =$
$\frac{\sqrt{8} \times \sqrt{5}}{\sqrt{10}} =$	$(\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$
$3 - (1 - \sqrt{2})^2 =$	$2\sqrt{50} + \sqrt{32} + 2\sqrt{72}$
$(\sqrt{2})^6 =$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-5} =$
$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-4} =$	$\frac{6}{\sqrt{3}} =$
$\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}} =$	$\frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} =$
$\frac{10 + \sqrt{2}}{2} =$	$\sqrt{60} \times 2\sqrt{5} =$



عبارات جبری

تجزیه عبارات جبری

..... منظور از تجزیه یک عبارت جبری، نوشتن آن به صورت حاصل ضرب عبارات های جبری ای است که از حاصل ضرب آن ها، عبارت اولیه به دست آید. مثال :

$$xy + xz + xt = x(y+z+t)$$

فاکتور گیری: می‌خواهیم چند عبارت جبری را به کمک فاکتورگیری تجزیه کنیم

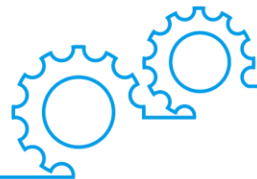
$$6x^2y^3 + 8x^3y^2$$

$$6a^5 - 12a^4 + 18a^3$$

$$20x^2y^3z^4 - 15x^3y^2z^4 + 30x^2y^2z^5$$

$$a^2b^2(a+b)^3 + a^3b^2(a+b)^4 - ab^3(a+b)^3$$





اتحادهای جبری

(۱) مربع دو جمله ای :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

معروف ترین ها:

(۲) اتحاد مزدوج:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

مثال: $(3a + b)(3a - b) =$

(۳) اتحاد جمله مشترک:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

مثال: $(x + 4)(x + 7) =$

$$(2x + 3)(3x - 8) =$$

مثال:

به کمک اتحادها حاصل را بیابید.

$$(1 - 4x)(4x + 1) =$$

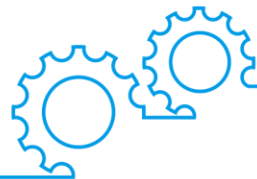
$$(x + 5)(x - 9) =$$

$$(3x + 2)(3x - 5) =$$

$$(2 - x)(2 + x)(4 + x^2)(16 + x^4) =$$

$$(2x - 1)(2x + 5) =$$





تجزیه با اتحاد ها

(۱) مربع دو جمله ای:

الف) سه جمله ای بود

اگر عبارت جبری

(۲) جمله مشترک:

مثال: $4x^2 + 12xy + 9y^2$

مثال: $x^2 - 4x - 45$

ب) دو جمله ای بود:

مثال: $4x^2 - 9y^2$

مثال:

عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$1 - 9x^2 =$$

$$81 - x^4 =$$

$$4x^2 - 12x + 9 =$$

$$x^2 - 10x + 25 =$$

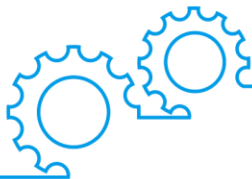
$$x^2 + 14x + 49 =$$

$$x^2 - 5x - 36 =$$

$$x^2 - x - 20 =$$

$$x^2 + 13x - 96 =$$





معادله درجه اول:

$$ax + b = 0$$

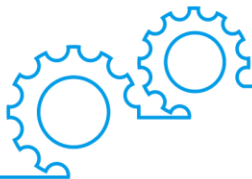
مثال

$$2x + 3 = 0$$

$$5x - \sqrt{2} = 0$$

بازه ها و خواص نامعادله:

$$2(x - 3) + 5 < 5 - x$$



دو معادله - دو مجهول:

مثال

$$\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 4y = 3 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

